المحددات

Determinants

I. طريقة كرامر Cramer's Method

1. المصفوفات 2×2 (طبعا دون أن ننسى طريقتي الحذف والتعويض)

جملة المعادلات الخطية	الكتابة المصفوفية	الحلول
• جملة معادلتين خطيتين بمجهولين. $a_1V_1 + b_1V_2 = d_1$ $a_2V_1 + b_2V_2 = d_2$	• جملة معادلتين خطيتين بمجهولين. $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \end{bmatrix}$ • محدد المصفوفة $\Delta = det(V)$	$V_1 = \frac{\Delta V_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 \\ d_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{d_1b_2 - b_1d_2}{a_1b_2 - b_1a_2}$ $V_2 = \frac{\Delta V_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 \\ a_2 & d_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}} = \frac{a_1d_2 - d_1a_2}{a_1b_2 - b_1a_2}$

2. المصفوفات 3×3

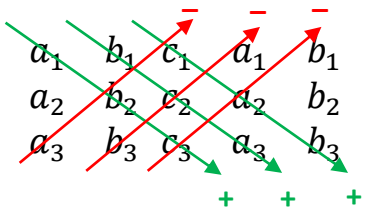
جملة المعادلات الخطية	الكتابة المصفوفية	الحلول
• جملة 3 معادلات خطية بـ 3 مجاهيل. $a_1I_1 + b_1I_2 + c_1I_3 = d_1$ $a_2I_1 + b_2I_2 + c_2I_3 = d_2$ $a_3I_1 + b_3I_2 + c_3I_3 = d_3$	• جملة 3 معادلات خطية بـ 3 مجاهيل. $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$ • محدد المصفوفة $\Delta = det(I)$	$I_1 = \frac{\Delta I_1}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} d_1 & b_1 & c_1 \\ d_2 & b_2 & c_2 \\ d_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} = \frac{+d_1(b_2c_3 - c_2b_3) - \boldsymbol{b_1}(d_2c_3 - c_2d_3) + \boldsymbol{c_1}(d_2b_3 - b_2d_3)}{+a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - \boldsymbol{b_1}(a_2c_3 - c_2a_3) + \boldsymbol{c_1}(a_2b_3 - b_2a_3)}$ $I_2 = \frac{\Delta I_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & d_1 & c_1 \\ a_2 & d_2 & c_2 \\ a_3 & d_3 & c_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} = \frac{+a_1(d_2c_3 - c_2d_3) - \boldsymbol{d_1}(a_2c_3 - c_2a_3) + \boldsymbol{c_1}(a_2d_3 - d_2a_3)}{+a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - \boldsymbol{b_1}(a_2c_3 - c_2a_3) + \boldsymbol{c_1}(a_2b_3 - b_2a_3)}$

$I_3 = \frac{\Delta I_3}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} = \frac{+a_1(b_2d_3 - d_2b_3) - \boldsymbol{b_1}(d_2a_3 - d_2a_3) + \boldsymbol{d_1}(a_2b_3 - b_2a_3)}{+a_1(b_2c_3 - c_2b_3) - \boldsymbol{b_1}(a_2c_3 - c_2a_3) + \boldsymbol{c_1}(a_2b_3 - b_2a_3)}$		

II. طريقة ساروس Sarrus' Rule

وهي طريقة مبسطة لحساب المحددات

- **المصفوفات 3×3**

الخطوة الثانية	الخطوة الأولى	جملة المعادلات الخطية والكتابة المصفوفية
1. نحدد الأقطار النازلة ↘ والأقطار الصاعدة ↗  **2. قيمة المحدد: تساوي مجموع جداء حدود الأقطار النازلة ناقص مجموع جداء حدود الأقطار الصاعدة.** $\Delta = (a_1b_2c_3 + b_1c_2a_3 + c_1a_2b_3) - (a_3b_2c_1 + b_3c_2a_1 + c_3a_2b_1)$	**3.** ننقل العمودين الأول والثاني (1 و 2) إلى يمين المصفوفة، ليصبحا العمودين الرابع والخامس على التوالي (4 و 5). $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} \Rightarrow \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & a_2 & b_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & a_3 & b_3 \end{vmatrix}$ 4 5	$a_1I_1 + b_1I_2 + c_1I_3 = d_1$ $a_2I_1 + b_2I_2 + c_2I_3 = d_2$ $a_3I_1 + b_3I_2 + c_3I_3 = d_3$ 1 2 $\begin{bmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{bmatrix}$